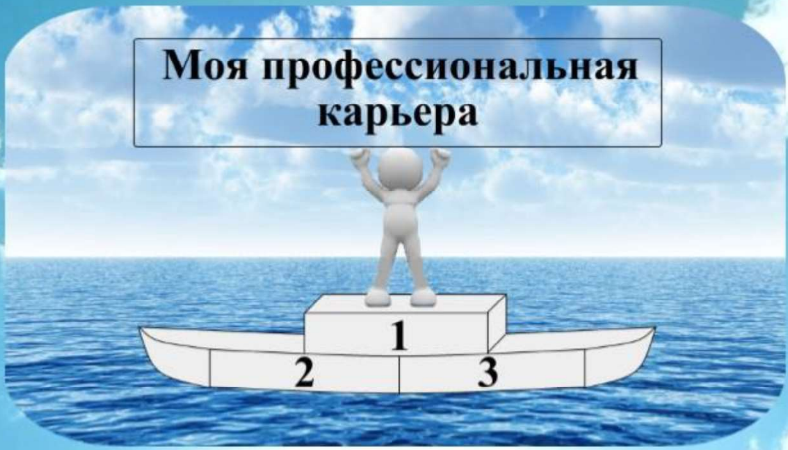
mpcareer@mail.ru

http://mpcareer.ru



Научно-практический электронный журнал

МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА

ISSN 2658-7998

9 772658 799001 >

Выпуск №68 (том 2)
(январь, 2025)

Международный научно-практический
электронный журнал «МОЯ
ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА»
Сайт: mpcareer.ru

ISSN 2658-7998
УДК 001
ББК 94

Международный научно-практический электронный журнал «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА». Выпуск №68 (том 2) (январь, 2025). Дата выхода в свет: 31.01.2025.

Сборник содержит научные статьи отечественных и зарубежных авторов по экономическим, техническим, философским, юридическим и другим наукам.

Информация об опубликованных статьях предоставляется в систему Российского индекса научного цитирования (РИНЦ) и размещена на платформе научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU). **Лицензионный договор № 284-07/2019 от 30 июля 2019 г.**

Миссия научно-практического электронного журнала «МОЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ КАРЬЕРА» состоит в поддержке интереса читателей к оригинальным исследованиям и инновационным подходам в различных тематических направлениях, которые способствуют распространению лучшей отечественной и зарубежной практики в интернет пространстве.

Целевая аудитория журнала охватывает представителей экспертного сообщества, докторов, преподавателей, научных сотрудников, бакалавров, магистрантов, аспирантов и иных лиц, интересующихся вопросами, освещаемыми в журнале.

Материалы публикуются в авторской редакции. За соблюдение законов об интеллектуальной собственности и за содержание статей ответственность несут авторы статей. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов статей. При использовании и заимствовании материалов ссылка на издание обязательна.

СОДЕРЖАНИЕ

Название научной статьи, ФИО авторов	Номер страницы
ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ НАУКИ	
LET'S PROTECT OUR GREEN WORLD Mehdiyeva M.B.	7
WORK ON THE TEXT IN CLASSES I-IV Mehdiyeva M.B.	12
КРИМИНОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА НАРКОПРЕСТУПНОСТИ И ЕЕ ТЕНДЕНЦИИ Дерягина А.А.	17
ОСНОВНЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ЭТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ПСИХОДИАГНОСТИКИ И ПРОБЛЕМЫ ПРИ ИХ СОБЛЮДЕНИИ Караванов А.А., Филоненко Л.В., Рожков А.В.	26
КОЛЛИЗИОННО-ПРАВОВЫЕ ВОПРОСЫ ПРАВООТНОШЕНИЙ МЕЖДУ СУПРУГАМИ, МЕЖДУ РОДИТЕЛЯМИ И ДЕТЬМИ Дерягина А.А., Дмитриева В.С.	36
АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ НОРМАТИВНЫХ ДОКУМЕНТОВ В РФ ПО ОТДЕЛЬНЫМ ОТРАСЛЯМ Петрова В.А., Майлыбаева С.В., Тарасова О.Г.	46
ПРАВОВОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ЗЕМЕЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ИЗЪЯТИЯ ЗЕМЕЛЬНЫХ УЧАСТКОВ ДЛЯ ГОСУДАРСТВЕННЫХ И МУНИЦИПАЛЬНЫХ НУЖД Гладких У.А.	53
MATEMATIKADAN OLIMPIADA MASALALARINI YECHISHDA MATEMATIK ANALIZ METODLARIDAN FOYDALANISH X.R.Umarov, D.D.Abduraximova	62
НАТУРАЛ СОНЛАР ҚАТОРИ ДАРАЖАЛАРИ ЙИҒИНДИСИНИ ТОПИШНИНГ БИР УСУЛИ Умаров Х.Р., Асқарбекова Д.Ж.	74
YIG‘INDI VA KO‘PAYTMALARNI HISOBLASHDA KOMPLEKS ANALIZ METODLARIDAN FOYDALANISH Umarov X.R., Erkinov Sh.B.	84
BAZALT MAHSULOTLARI ISHLAB CHIQARISHDA SIFAT MENEJMENT TIZIMLARINI JORIY ETISHNI MUHIMLIGI Mamajonov A.A., Maxmudov A.O.	104
ПРАВОВОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ЗЕМЕЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЗЕМЕЛЬ НАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРКОВ Коротаева С.К.	118
АНАЛИЗ СООТВЕТСТВИЯ ОБОЗНАЧЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ТРЕБОВАНИЯМ НОРМАТИВНЫХ ДОКУМЕНТОВ Петрова В.А., Майлыбаева С.В., Тарасова О.Г.	127
ПРАВОВОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ЗЕМЕЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ОБОРОТОСПОСОБНОСТИ ЗЕМЕЛЬНЫХ УЧАСТКОВ Смирнова К.В.	137

УДК 371.3

***Умаров Х.Р.*,**
Гулистон давлат университети катта ўқитувчиси
***Асқарбекова Д.Ж.*,**
Гулистон давлат университети талабаси

НАТУРАЛ СОНЛАР ҚАТОРИ ДАРАЖАЛАРИ ЙИҒИНДИСИНИ ТОПИШНИНГ БИР УСУЛИ

Аннотация: Ушбу мақола натурал сонлар даражалари йиғиндисини топиш масаласига, яъни қуйидаги кўринишдаги йиғиндини топишга бағишланган:

$$1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k .$$

Ушбу иш математикани ўрганишни бовловчиларга-биринчи курс талабаларига ва ўрта мактабнинг юқори синф ўқувчиларига мўлжалланган. Бундай ўқувчиларни натурал сонлар даражалари йиғиндисини топиш масаласи қизиқтириши, табиийдир.

Мақолада натурал сонлар даражалари йиғиндисининг асосий формулалари турли исботлари билан келтирилган.

Калит сўзлар: натурал сонлар даражалари йиғиндиси, математик индукция методи, рекуррент формула, детерминант, ҳинд усули, геометрик усул, Люка, Пифагор жадвали.

ABSTRACT: The present paper is devoted to the question of summing the powers of the numbers of a natural number, i.e. the question of finding the sum of the form:

$$1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k .$$

The work is focused on a beginning mathematician-student of the first year and a student of the upper secondary school. Such a reader can naturally be interested in the question of summing up the degrees of the numbers of a natural number adjacent to the material directly stated in schools.

The paper given the basic formulas for sums of powers of a natural numbers with various proofs.

Keywords: summation of powers of natural numbers, method of mathematical induction, recurrence formula, determinant, Hindu summation method, geometric method, Lucas, multiplication table of Pythagoras.

КИРИШ

Одатда, математиканинг кўпгина масалалари натурал сонлар даражалари йиғиндисини топиш масаласи, яъни қуйидаги

$$1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k, \quad k \in N \qquad (I)$$

кўринишдаги йиғиндиларни ҳисоблаш масаласи боғлиқдир. Ушбу ишда натурал сонлар даражалари йиғиндисини топиш масаласи билан шуғулланамиз.

Натурал сонларнинг $k-$даражали йиғиндисини S_k орқали белгилаймиз, яъни

$$S_k = 1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k .$$

Дастлаб биринчи, иккинчи ва учинчи даражали йиғиндиларни ҳисоблашнинг элементар методларини келтирамиз. Кейин эса (I) йиғиндини ҳисоблашнинг рекуррент формуласи, яъни S_0, S_1, S_2, ..., S_{k-1} қийматлар маълум бўлган ҳолда S_k ни ҳисоблаш формуласини, ва шунингдек, (I) йиғиндининг умумий детерминант орқали ифодасини келтириб чиқарамиз.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДОЛОГИЯ. Амалиётда (I) кўринишдаги йиғиндилар учун тайёр формулалар мавжуд бўлиб, одатда уларнинг тўғри эканлиги (кўпинча) математик индукция усули билан исботланади (Саъдуллаев., Мансуров, 1993).Қуйида биз бу каби тенгликларнинг айримларини келтириб чиқариш билан шуғулланамиз.

Натурал сонлар қаторининг дастлабки n тасининг даражалари йиғиндиси ва бу каби йиғиндига олиб келинувчи амалий масалалар тадқиқот объекти бўлиб ҳисобланади.

Қуйида (I) кўринишдаги йиғиндини ҳисоблашнинг ҳиндлар томонидан қайд қилинган ва француз математиги Люка (Lucas) томонидан такомиллаштирилган ихчам геометрик методи баён қилинади.

Ушбу методнинг моҳияти шундан иборатки, сонларни квадрат шаклидаги жадвалга жойлаштириб, бу сонларни икки хил усулда гуруҳлаб, йиғиб чиқилади ва ҳосил бўлган бу икки натижани бир-бирига тенглаштирилади. Худди шундай, турли даражали йиғиндилар орасидаги ажойиб боғланишларни ҳосил қилинади. Келгусида бу усулни умумлаштириш, квадрат жадвални кубик жадвал билан алмаштириш мумкин.

НАТИЖАЛАР

1. Дастлабки n та натурал сонлар йиғиндиси. Бизга дастлабки n та натурал сонлар йиғиндисини топиш масаласи қўйилган бўлсин. Бу йиғиндини S_1 орқали белгилаймиз. У ҳолда:

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-2) + (n-1) + n . \qquad (1)$$

Бу йиғиндини қўшилувчиларга нисбатан тескари тартибда ёзамиз, яъни

$$S_1 = n + (n-1) + (n-2) + \ldots + 3 + 2 + 1 . \qquad (2)$$

(1) ва (2) ифодаларни ҳадма-ҳад қўшамиз:

$$2S_1 = [1+n] + [2+(n-1)] + [3+(n-2)] + \ldots + [(n-1)+2] + [n+1]. \qquad (3)$$

Квадрат қавс ичидаги ифода $n+1$ га тенг ва бундай қавслар сони n та. Демак, (3) ифода $(n+1)n$ га тенг экан. Ёки

$$S_1 = \frac{(n+1)n}{2}. \qquad (4)$$

2. Дастлабки n та натурал сонлар квадратлари йиғиндиси. Бизга дастлабки n та натурал сонлар квадратлари йиғиндисини топиш масаласи қўйилган бўлсин:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 .$$

Бу йиғиндини S_2 орқали белгилаймиз. У ҳолда:

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 .$$

Элементар алгебра курсидан маълум бўлган икки ҳад йиғинди кубининг ёйилмаси формуласини ёзамиз:

$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1. \qquad (1)$$

Юқоридаги (1) ифодада x ўзгарувчига кетма-кет $1,\ 2,\ 3,\ ...,\ n-1, n$ қийматларни бериб, қуйидагиларга эга бўламиз:

$$2^3 = 1^3 + 3\cdot 1^2 + 3\cdot 1^1 + 1,$$

$$3^3 = 2^3 + 3\cdot 2^2 + 3\cdot 2^1 + 1,$$

$$. \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$$

$$n^3 = (n-1)^3 + 3\cdot(n-1)^2 + 3\cdot(n-1) + 1$$

$$(n+1)^3 = n^3 + 3\cdot n^2 + 3\cdot n + 1.$$

Бу тенгликларни ҳадлаб қўшсак, ушбу

$$\underline{2^3 + 3^3 + ... + n^3} + (n+1)^3 = 1^3 + \underline{2^3 + 3^3 + ... + n^3} +$$

$$+ 3\cdot(1^2 + 2^2 + ... + n^2) + 3\cdot(1 + 2 + ... + n) + n$$

тенглик ҳосил бўлади. Остига чизилган ҳадларни ихчамлаштириб ва ушбу S_2, S_1 белгилашлар киритсак, у ҳолда

$$(n+1)^3 = 1 + 3S_2 + 3S_1 + n$$

формулага эга бўламиз. $S_1 = \frac{1}{2}n(n+1)$ алмаштиришни бажариб, баъзи соддалаштиришларда сўнг, ушбу

$$S_2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

формулага эга бўламиз.

Масалан, $n = 10$ учун

$$S_2 = \frac{10\cdot 11\cdot 21}{6} = 385.$$

Демак,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 = 385.$$

Ҳосил бўлган (5) формуладан арифметик характердаги ушбу қизиқарли тасдиқни ҳосил қиламиз: ихтиёрий n натурал сонларда $n(n+1)(2n+1)$ ифода 6 га қолдиқсиз бўлинади.

3. Дастлабки n та натурал сонлар кублари йиғиндиси. Бизга дастлабки n та натурал сонлар кублари йиғиндисини топиш масаласи қўйилган бўлсин:

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-2)^3+(n-1)^3+n^3.$$

Бу йиғиндини S_3 орқали белгилаймиз. У ҳолда:

$$S_3=1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-2)^3+(n-1)^3+n^3.$$

Элементар алгебра курсидан маълум бўлган ушбу формулани ёзамиз:

$$(x+1)^4=x^4+4x^3+6x^2+4x+1. \qquad (1)$$

Юқоридаги (1) ифодада x ўзгарувчига кетма-кет $1,\ 2,\ 3,\ \ldots,n-1,n$ қийматларни бериб, қуйидагиларга эга бўламиз:

$$2^4=1^4+4\cdot1^3+6\cdot1^2+4\cdot1+1,$$

$$3^4=2^4+4\cdot2^3+6\cdot2^2+4\cdot2+1,$$

$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$(n+1)^4=n^4+4n^3+6n^2+4n+1.$$

Бу тенгликларни ҳадлаб қўшсак, ушбу

$$\underline{2^4+3^4+\ldots+n^4}+(n+1)^4=1^4+\underline{2^4+3^4+\ldots+n^4}+$$

$$+4\cdot\left(1^3+2^3+\ldots+n^3\right)+6\cdot\left(1^2+2^2+\ldots+n^2\right)+4\cdot(1+2+\ldots+n)+n$$

тенглик ҳосил бўлади. Остига чизилган ҳадларни ихчамлаштириб ва ушбу S_3, S_2, S_1 белгилашлар киритсак, у ҳолда

$$(n+1)^4=n+1+4S_3+6S_2+4S_1$$

формулага эга бўламиз. Қуйидаги

$$S_1=\frac{n(n+1)}{2},$$

$$S_2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

алмаштиришларни бажариб, баъзи соддалаштиришлардан сўнг, ушбу

$$S_3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

формулага эга бўламиз.

Агар $n(n+1)/2=S_1$ эканини инобатга олсак,

$$S_3 = S_1^{\,2}$$

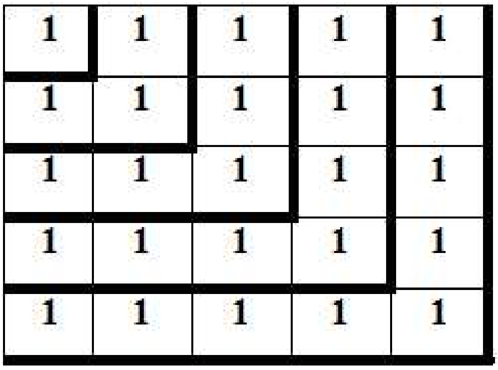
тенгликни ҳосил қиламиз.

Демак, дастлабки n та натурал сонлар кубларининг йиғиндиси дастлабки n та натурал сонлар йиғиндисининг квадратига тенг экан.

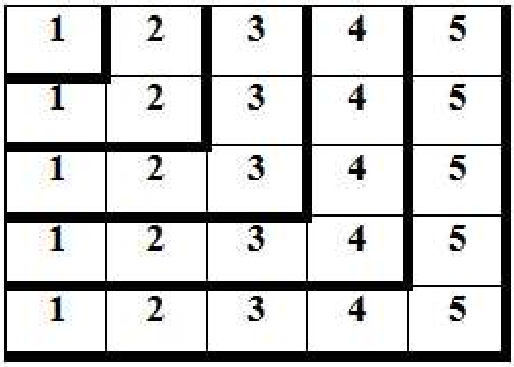
Қаралган усулдан натурал сонларнинг тўртинчи, бешинчи ва ҳ.к. даражали йиғиндиларини топишда фойдаланиш мумкин. Бироқ, биз шу билан тўхтаб, умумий ҳолга, яъни, қуйидаги

$$S_k = 1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k\,, \quad k \in N$$

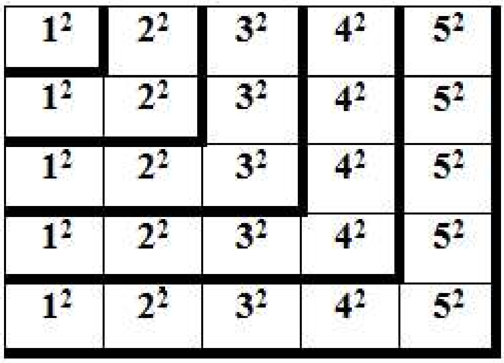
йиғиндиларни ҳисоблаш масаласига ўтамиз.



1 – чизма.



2 – чизма.



3 – чизма.

4. Натурал сонлар даражалари йиғиндисини топишнинг ҳинд усули. Бу бўлимда

$$S_k = 1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k\,, \quad k \in N$$

кўринишдаги йиғиндини ҳисоблашнинг ҳиндлар томонидан қайд қилинган ва француз математиги Люка (Lucas) томонидан такомиллаштирилган ихчам геометрик усулни баён қиламиз.

Қуйида, биз фақат квадрат жадвалдан фойдаланиб, юқори бўлмаган даражали йиғиндиларни келтирамиз.

***a*). Дастлабки n та тоқ сонлар йиғиндиси.** n та сатр ва n та устундан тузилган, бирлардан иборат бўлган квадрат жадвални оламиз (1-чизма). Бирларни чизмада кўрсатилган тартибда гуруҳлаб, йиғиб чиқамиз. Биринчи гуруҳ 1 ни, иккинчи гуруҳ 3 ни, яъни $2\cdot2-1$ ни, учинчи гуруҳ 5 ни, яъни $2\cdot3-1$ ни, тўртинчи гуруҳ 7 ни, яъни $2\cdot4-1$ ни, ва ҳ.к., n чи гуруҳ $2n-1$ ни беради. Демак, жадвалдаги барча бирларнинг йиғиндиси

$$1+3+5+7+9+\ldots+(2n-1) \qquad (1)$$

га тенг экан. Иккинчидан, жадвалдаги ҳар бир сатрда n та бир ва ҳар бир устунда n та бир мавжуд, унда жадвалдаги барча бирларнинг йиғиндиси $n\cdot n=n^2$ тенг.

Шундай қилиб, ушбу тенгликка эга бўлдик:

$$1+3+5+7+9+\ldots+(2n-1)=n^2. \qquad (2)$$

Демак, биз "Дастлабки n та тоқ сонлар йиғиндиси n^2 га тенг экан", деган хулосани ҳосил қиламиз.

***b*). Дастлабки n та натурал сонлар квадратларининг йиғиндиси.** Худди юқоридаги каби n та сатр ва n та устундан тузилган, биринчи сатри бирлардан, иккинчи сатри иккилардан, учунчи сатри учлардан ва ҳ.к., иборат бўлган квадрат жадвални оламиз (2-чизма).

m чи гуруҳнинг устунидаги сонлар йиғиндиси ҳисоблаймиз. Бу йиғинди

$$m\cdot m=m^2$$

га тенг.

m чи гуруҳнинг сатридаги охирги сондан ташқари (бу сон m чи гуруҳнинг устунидаги сон сифатида олдинги йиғиндига олинган) барча сонларнинг йиғиндиси

$$1+2+3+\ldots+(m-1)$$

га тенг. У ҳолда m чи гуруҳдаги сонлар йиғиндиси

$$[1+2+3+\ldots+(m-1)]+m^2=\frac{m(m-1)}{2}+m^2=\frac{3}{2}m^2-\frac{1}{2}m$$

га тенг. Жадвалда жами n та гуруҳ мавжудлигидан, барча гуруҳдаги сонлар йиғиндиси қуйидагига тенг бўлади:

$$\frac{3}{2}\left(1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2\right)-\frac{1}{2}(1+2+3+\ldots+n)=\frac{3}{2}S_2-\frac{1}{2}S_1. \quad (3)$$

Иккинчи томондан, жадвалнинг ҳар бир сатридаги сонлар йиғиндиси

$$1+2+3+\ldots+n$$

га, жами n сатр мавжудлигидан, жадвалнинг барча сонлар йиғиндиси эса

$$(1+2+3+\ldots+n)\cdot n=S_1\cdot n \qquad (4)$$

га тенглиги келиб чиқади.

(3) ва (4) ифодаларни тенглаштириб,

$$3\cdot S_2=(2n+1)\cdot S_1$$

муносабатни ҳосил қиламиз. $S_1=\frac{n(n+1)}{2}$ эканлигидан,

$$S_2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

ни ҳосил қиламиз. Демак,

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

***c*). Дастлабки n та натурал сонлар кубларининг йиғиндиси.** Бу йиғиндини ҳосил қилиш учун аввалги бандда келтирилган жадвалдаги сонларни квадратга оширамиз. Натижада 3-чизмада тасвирланган квадрат жадвални ҳосил қиламиз.

Жадвалдаги сонларни чизмадагидек қилиб гуруҳлаймиз. Унда m чи гуруҳнинг устунидаги сонлар йиғиндиси

$$m^2\cdot m=m^3$$

га тенг. Шу m чи гуруҳнинг сатрида турган дастлабки, $(m-1)$ та соннинг йиғиндиси қуйидагига тенг:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+(m-1)^2.$$

Демак, m чи гуруҳдаги барча сонлар йиғиндиси

$$m^3+\left[1^2+2^2+3^2+\ldots+(m-1)^2\right]=m^3+\frac{(m-1)m(2m-1)}{6}=\frac{4}{3}m^3-\frac{1}{2}m^2+\frac{1}{6}m.$$

га тенг.

Жадвалдаги барча сонларнинг йиғиндиси топиш учун, юқоридаги ифодада m га $1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n$ қийматларни бериб, ҳосил бўлган ифодаларни йиғиб чиқамиз. Натижада қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\frac{4}{3}\left(1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3\right)-\frac{1}{2}\left(1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2\right)+\frac{1}{6}\left(1+2+3+\ldots+n\right)=$$

$$=\frac{4}{3}S_3-\frac{1}{2}S_2+\frac{1}{6}S_1. \qquad (5)$$

Жадвалда жами n сатр мавжудлигидан ва ҳар бир сатрдаги сонлар йиғиндиси

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$$

га тенглигидан, жадвалдаги барча сонлар йиғиндиси

$$\left(1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2\right)n=S_2\cdot n \qquad (6)$$

га тенглиги келиб чиқади.

(5) ва (6) ифодаларни тенглаштириб,

$$\frac{4}{3}S_3=\left(n+\frac{1}{2}\right)S_2-\frac{1}{6}S_1$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бу ифодада S_1 ва S_2 ларни, уларнинг қийматлари билан алмаштириб, маълум соддалаштиришлардан сўнг ушбу

$$S_3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 \qquad (7)$$

ёки

$$S_3={S_1}^2$$

тенгликка эга бўламиз.

АДАБИЁТЛАР РУЙХАТИ

1. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz asoslari. Toshkent, 2005. 378 б.

2. Саъдуллаев А., Мансуров Ҳ., Худойберганов Г., Ворисов А., Ғуломов Р. Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, 1 том, Тошкент. 1993. 318 б.

3. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. Москва, 2006. 400 с.

4. Ягудаев Б.Я. Сонли функциялар.Тошкент, 1978. 100 б.

5. G‘aymnazarov G., Gaimnazarov O.G., Kombinatorika va uning tatbiqlari, Toshkent, 2014. 86 б.

6. Жамуратов, К., Умаров, Х. Р., & Турдимуродов, Э. М. (2024). *О решении методом регуляризации одной системы функциональных уравнений с дифференциальным оператором* (Doctoral dissertation, Белорусско-Российский университет)

7. Агафонов, А., Умаров, Х., & Душабаев, О. (2023). ДРЕНИРОВАНИЕ ПОЛУ БЕСКОНЕЧНОГО ВОДОНОСНОГО ГОРИЗОНТА ПРИ НАЛИЧИИ ИСПАРЕНИЯ. *Евразийский журнал технологий и инноваций*, *1*(6 Part 2), 99-104.

8. Narjigitov, X., Jamuratov, K., Umarov, X., & Xudayqulov, R. (2023). SEARCH PROBLEM ON GRAPHS IN THE PRESENCE OF LIMITED INFORMATION ABOUT THE SEARCH POINT. *Modern Science and Research*, *2*(5), 1166-1170.

9. Агафонов, А., Душабаев, О., & Умаров, Х. (2023). СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД В МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКЕ. *Евразийский журнал технологий и инноваций*, *1*(6 Part 2), 93-98.

10. Умаров, Х.Р. Решение задачи о притоке к математическому совершенному горизонтальному дренажу / Х.Р.Умаров, К.Жамуратов // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – № 3 (8-4). – С. 303–307.